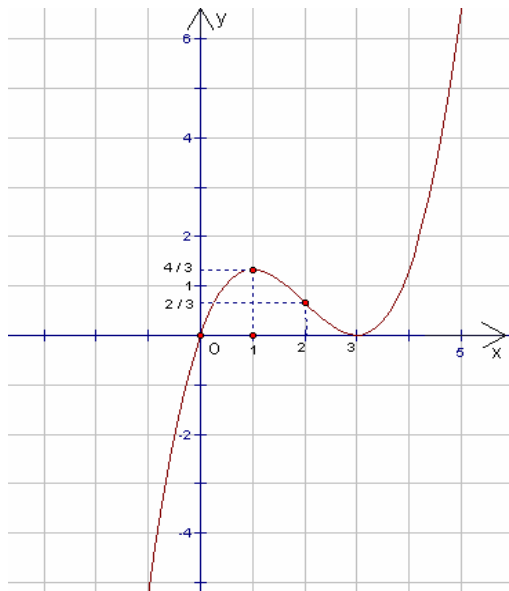


Câu	Ý	Nội dung	Điểm																					
I			2,0																					
1		<p>Khảo sát hàm số (1,0 điểm)</p> $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x \quad (1).$ <p>a) Tập xác định: \mathbb{R}.</p> <p>b) Sự biến thiên: $y' = x^2 - 4x + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3$.</p>	0,25																					
		<p>$y_{\text{CB}} = y(1) = \frac{4}{3}, y_{\text{CT}} = y(3) = 0; y'' = 2x - 4, y'' = 0 \Leftrightarrow x = 2, y(2) = \frac{2}{3}$. Đồ thị hàm số lõm trên khoảng $(-\infty; 2)$, lồi trên khoảng $(2; +\infty)$ và có điểm uốn là $U\left(2; \frac{2}{3}\right)$.</p>	0,25																					
		<p>Bảng biến thiên:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">3</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y'</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">y</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">↗</td> <td style="padding: 5px;">$\frac{4}{3}$</td> <td style="padding: 5px;">↘</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">↗ $+\infty$</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1		3		$+\infty$	y'	+	0	-	0	+		y	$-\infty$	↗	$\frac{4}{3}$	↘	0	↗ $+\infty$	0,25
x	$-\infty$	1		3		$+\infty$																		
y'	+	0	-	0	+																			
y	$-\infty$	↗	$\frac{4}{3}$	↘	0	↗ $+\infty$																		
		<p>c) Đồ thị: Giao điểm của đồ thị với các trục Ox, Oy là các điểm $(0;0), (3;0)$.</p>		0,25																				

	2	<i>Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm uốn, ... (1,0 điểm)</i>	
		Tại điểm uốn $U\left(2; \frac{2}{3}\right)$, tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $y'(2) = -1$.	0,25
		Tiếp tuyến Δ tại điểm uốn của đồ thị (C) có phương trình: $y = -1 \cdot (x - 2) + \frac{2}{3} \Leftrightarrow y = -x + \frac{8}{3}.$	0,25
		Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x bằng: $y'(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1 \geq -1 \Rightarrow y'(x) \geq y'(2), \forall x.$	0,25
		Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $x = 2$ (là hoành độ điểm uốn). Do đó tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm uốn có hệ số góc nhỏ nhất.	0,25
II			2,0
	1	<i>Giải phương trình (1,0 điểm)</i>	
		$5\sin x - 2 = 3 \operatorname{tg}^2 x (1 - \sin x) \quad (1).$ Điều kiện: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} (*)$.	0,25
		Khi đó (1) $\Leftrightarrow 5\sin x - 2 = \frac{3\sin^2 x}{1 - \sin^2 x} (1 - \sin x) \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 3\sin x - 2 = 0$.	0,25
		$\Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}$ hoặc $\sin x = -2$ (vô nghiệm).	0,25
		$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ (thỏa mãn (*)).	0,25
	2	<i>Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số (1,0 điểm)</i>	
		$y = \frac{\ln^2 x}{x}$ $\Rightarrow y' = \frac{\ln x(2 - \ln x)}{x^2}.$	0,25
		$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \ln x = 0 \\ \ln x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \in [1; e^3] \\ x = e^2 \in [1; e^3]. \end{cases}$	0,25
		Khi đó: $y(1) = 0, y(e^2) = \frac{4}{e^2}, y(e^3) = \frac{9}{e^3}$.	0,25
		So sánh 3 giá trị trên, ta có: $\max_{[1; e^3]} y = \frac{4}{e^2}$ khi $x = e^2, \min_{[1; e^3]} y = 0$ khi $x = 1$.	0,25
III			3,0
	1	<i>Tìm điểm C (1,0 điểm)</i>	
		Phương trình đường thẳng AB: $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow 4x + 3y - 7 = 0$.	0,25
		Giả sử $C(x; y)$. Theo giả thiết ta có: $x - 2y - 1 = 0 \quad (1)$. $d(C, (AB)) = 6 \Leftrightarrow \frac{ 4x + 3y - 7 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 3y - 37 = 0 & (2a) \\ 4x + 3y + 23 = 0 & (2b). \end{cases}$	0,25
		Giải hệ (1), (2a) ta được: $C_1(7; 3)$.	0,25
		Giải hệ (1), (2b) ta được: $C_2\left(-\frac{43}{11}; -\frac{27}{11}\right)$.	0,25
	2	<i>Tính góc và thể tích (1,0 điểm)</i>	

	<p>Gọi giao điểm của AC và BD là O thì $SO \perp (ABCD)$, suy ra $\widehat{SAO} = \varphi$.</p> <p>Gọi trung điểm của AB là M thì $OM \perp AB$ và $SM \perp AB \Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (ABCD) là \widehat{SMO}.</p>		0,25
	<p>Tam giác OAB vuông cân tại O, nên $OM = \frac{a}{2}$, $OA = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow SO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \operatorname{tg}\varphi$.</p> <p>Do đó: $\operatorname{tg}\widehat{SMO} = \frac{SO}{OM} = \sqrt{2} \operatorname{tg}\varphi$.</p>		0,25
	<p>$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SO = \frac{1}{3} a^2 \frac{a\sqrt{2}}{2} \operatorname{tg}\varphi = \frac{\sqrt{2}}{6} a^3 \operatorname{tg}\varphi$.</p>		0,50
3	<i>Viết phương trình đường thẳng Δ (1,0 điểm)</i>		
	<p>Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{v} = (2; -1; 4)$.</p>		0,25
	<p>$B \in d \Leftrightarrow B(-3+2t; 1-t; -1+4t)$ (với một số thực t nào đó).</p> <p>$\Rightarrow \vec{AB} = (1+2t; 3-t; -5+4t)$.</p>		0,25
	<p>$AB \perp d \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow 2(1+2t) - (3-t) + 4(-5+4t) = 0 \Leftrightarrow t = 1$.</p>		0,25
	<p>$\Rightarrow \vec{AB} = (3; 2; -1) \Rightarrow$ Phương trình của $\Delta: \frac{x+4}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-4}{-1}$.</p>		0,25
IV			2,0
1	<i>Tính tích phân (1,0 điểm)</i>		
	<p>$I = \int_1^e \frac{\sqrt{1+3\ln x} \ln x}{x} dx$.</p> <p>Đặt: $t = \sqrt{1+3\ln x} \Rightarrow t^2 = 1+3\ln x \Rightarrow 2t dt = 3 \frac{dx}{x}$.</p> <p>$x=1 \Rightarrow t=1$, $x=e \Rightarrow t=2$.</p>		0,25
	<p>Ta có: $I = \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{t^2-1}{3} t^2 dt = \frac{2}{9} \int_1^2 (t^4 - t^2) dt$.</p>		0,25
	<p>$I = \frac{2}{9} \left(\frac{1}{5} t^5 - \frac{1}{3} t^3 \right) \Big _1^2$.</p>		0,25
	<p>$I = \frac{116}{135}$.</p>		0,25

2	<i>Xác định số đề kiểm tra lập được ... (1,0 điểm)</i>	
	Mỗi đề kiểm tra phải có số câu dễ là 2 hoặc 3, nên có các trường hợp sau: <ul style="list-style-type: none"> • Đề có 2 câu dễ, 2 câu trung bình, 1 câu khó, thì số cách chọn là: $C_{15}^2 \cdot C_{10}^2 \cdot C_5^1 = 23625.$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> • Đề có 2 câu dễ, 1 câu trung bình, 2 câu khó, thì số cách chọn là: $C_{15}^2 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^2 = 10500.$ 	0,25
	<ul style="list-style-type: none"> • Đề có 3 câu dễ, 1 câu trung bình, 1 câu khó, thì số cách chọn là: $C_{15}^3 \cdot C_{10}^1 \cdot C_5^1 = 22750.$ 	0,25
	Vì các cách chọn trên đôi một khác nhau, nên số đề kiểm tra có thể lập được là: $23625 + 10500 + 22750 = 56875.$	0,25
V	<i>Xác định m để phương trình có nghiệm</i>	1,0
	Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$. Đặt $t = \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}$. Ta có: $\sqrt{1+x^2} \geq \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t \geq 0$, $t = 0$ khi $x = 0$. $t^2 = 2 - 2\sqrt{1-x^4} \leq 2 \Rightarrow t \leq \sqrt{2}$, $t = \sqrt{2}$ khi $x = \pm 1$. \Rightarrow Tập giá trị của t là $[0; \sqrt{2}]$ (t liên tục trên đoạn $[-1; 1]$).	0,25
	Phương trình đã cho trở thành: $m(t+2) = -t^2 + t + 2 \Leftrightarrow \frac{-t^2 + t + 2}{t+2} = m$ (*) Xét $f(t) = \frac{-t^2 + t + 2}{t+2}$ với $0 \leq t \leq \sqrt{2}$. Ta có $f(t)$ liên tục trên đoạn $[0; \sqrt{2}]$. Phương trình đã cho có nghiệm $x \Leftrightarrow$ Phương trình (*) có nghiệm $t \in [0; \sqrt{2}]$ $\Leftrightarrow \min_{[0; \sqrt{2}]} f(t) \leq m \leq \max_{[0; \sqrt{2}]} f(t)$.	0,25
	Ta có: $f'(t) = \frac{-t^2 - 4t}{(t+2)^2} \leq 0, \forall t \in [0; \sqrt{2}] \Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên $[0; \sqrt{2}]$.	0,25
	Suy ra: $\min_{[0; \sqrt{2}]} f(t) = f(\sqrt{2}) = \sqrt{2} - 1$; $\max_{[0; \sqrt{2}]} f(t) = f(0) = 1$. Vậy giá trị của m cần tìm là $\sqrt{2} - 1 \leq m \leq 1$.	0,25